

1.4 Orden de las operaciones

- 1 Evaluar expresiones exponenciales.
- 2 Evaluar raíces cuadradas y raíces de orden superior.
- 3 Evaluar expresiones por medio del orden de las operaciones.
- 4 Evaluar expresiones que contienen variables.

Antes de estudiar el orden de las operaciones, necesitamos hablar brevemente acerca de los exponentes y las raíces.

1 Evaluar expresiones exponenciales

En la multiplicación, los números o expresiones que se van a multiplicar se denominan **factores**. Si $a \cdot b = c$, entonces a y b son factores de c . Por ejemplo, como $2 \cdot 3 = 6$, entonces 2 y 3 son factores de 6. El número 1 es un factor de todo número y expresión.

La cantidad 3^2 se denomina **expresión exponencial**. En la expresión, al 3 se le llama **base** y al 2 se le denomina **exponente**. La expresión 3^2 se lee “tres al cuadrado” o “tres a la segunda potencia”.

Observa que

$$3^2 = \underbrace{3 \cdot 3}_{\substack{\text{exponente} \\ \text{base}}} \\ \text{2 factores de 3}$$

La expresión 5^3 se lee “cinco al cubo” o “cinco elevado a la tercera potencia”. Observa que

$$5^3 = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5}_{\text{3 factores de 5}}$$

En general. La base b a la n ésima potencia se escribe b^n . Para cualquier número natural n ,

$$b^n = \underbrace{b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_{n \text{ factores de } b}$$

Observa que 0^0 es *indefinido*.

EJEMPLO 1 Evalúa. a) $(0.5)^3$ b) $(-3)^5$ c) 1^{23} d) $\left(-\frac{4}{7}\right)^3$

Solución

a) $(0.5)^3 = (0.5)(0.5)(0.5) = 0.125$

b) $(-3)^5 = (-3)(-3)(-3)(-3)(-3) = -243$

c) $1^{23} = 1$; 1 elevado a cualquier potencia será igual a 1.

d) $\left(-\frac{4}{7}\right)^3 = \left(-\frac{4}{7}\right)\left(-\frac{4}{7}\right)\left(-\frac{4}{7}\right) = -\frac{64}{343}$

Resuelve ahora el ejercicio 19

Consejo útil

Consejo de estudio

Se cuidadoso cuando escribas o copies exponentes. Como los exponentes son pequeños, es muy fácil que escribas o copies un exponente y que no reconozcas después lo que hayas escrito.

Comprendiendo el álgebra

No confundas -7^2 con $(-7)^2$.

-7^2 significa $-(7 \cdot 7) = -49$, un número *negativo*.

$(-7)^2$ significa $(-7)(-7) = 49$, un número *positivo*.

No es necesario escribir exponentes de 1. Siempre que se encuentre un valor numérico o una variable sin un exponente, se asume que tiene un exponente igual a 1. Por lo tanto, 3 significa 3^1 , x significa x^1 , x^3y significa x^3y^1 , y $-x$ y $-x^1y^1$.

Prevención de errores comunes

Con frecuencia los estudiantes evalúan de manera incorrecta expresiones que incluyen $-x^2$. La expresión $-x^2$ significa $-1(x^2)$ o $-(x^2)$, no $(-x)^2$. Observa que -5^2 significa $-1(5^2)$ o $-(5^2) = -(5 \cdot 5) = -25$, mientras que $(-5)^2$ significa $(-5)(-5) = 25$. En general, $-x^m$ significa $-1(x^m)$ o $-(x^m)$, no $(-x)^m$.

EJEMPLO 2 Evalúa. a) -6^2 b) $(-6)^2$

Solución

a) $-6^2 = -(6 \cdot 6) = -36$

b) $(-6)^2 = (-6)(-6) = 36$

[Resuelve ahora el ejercicio 41](#)

EJEMPLO 3 Evalúa $-5^2 + (-5)^2 - 4^3 + (-4)^3$.

Solución Primero, evaluamos cada expresión exponencial. Después sumamos o restamos, trabajando de izquierda a derecha.

$$\begin{aligned} -5^2 + (-5)^2 - 4^3 + (-4)^3 &= -(5^2) + (-5)^2 - (4^3) + (-4)^3 \\ &= -25 + 25 - 64 + (-64) \\ &= -25 + 25 - 64 - 64 \\ &= -128 \end{aligned}$$

[Resuelve ahora el ejercicio 59](#)

Cómo utilizar tu calculadora

Evaluación de expresiones exponenciales en una calculadora científica y en una calculadora graficadora

En las calculadoras científicas y en las graficadoras puede usarse la tecla x^2 para elevar un número al cuadrado. A continuación se muestra la secuencia de teclas a pulsar para evaluar 5^2 .



Calculadora científica

5 x^2 25

respuesta que se muestra



Calculadora graficadora

5 x^2 ENTER 25

respuesta que se muestra

Para evaluar expresiones exponenciales con otros exponentes, puedes utilizar la tecla y^x o $\wedge$. La mayoría de las calculadoras científicas tiene una tecla y^x , mientras que las calculadoras graficadoras utilizan la tecla $\wedge$. Para evaluar las expresiones exponenciales por medio de estas teclas, primero introduce la base, después presiona la tecla y^x o $\wedge$, y después introduce el exponente. Por ejemplo, para evaluar 6^4 hacemos lo siguiente:



Calculadora científica

6 y^x 4 = 1296

respuesta que se muestra



Calculadora graficadora

6 $\wedge$ 4 ENTER 1296

respuesta que se muestra

*Algunas calculadoras tienen las teclas x^y o a^b en lugar de la tecla y^x .

2 Evaluar raíces cuadradas y raíces de orden superior

El símbolo que se usa para indicar una raíz, $\sqrt{\quad}$, se denomina **signo radical**. El número o expresión dentro del signo radical se llama **radicando**. En $\sqrt{25}$, el radicando es 25. La **raíz cuadrada principal o positiva** de un número positivo a , escrita $\sqrt{a}$, es un número positivo que multiplicado por sí mismo da a . Por ejemplo, la raíz cuadrada principal de 4 es 2, escrita $\sqrt{4} = 2$, porque $2 \cdot 2 = 4$. En general, $\sqrt{a} = b$ si $b \cdot b = a$. Siempre que usemos las palabras *raíz cuadrada*, estaremos haciendo referencia a la “raíz cuadrada principal”.

EJEMPLO 4 Evalúa. a) $\sqrt{25}$ b) $\sqrt{\frac{81}{4}}$ c) $\sqrt{0.64}$ d) $-\sqrt{49}$

Solución

a) $\sqrt{25} = 5$, ya que $5 \cdot 5 = 25$.

b) $\sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{9}{2}$, ya que $\frac{9}{2} \cdot \frac{9}{2} = \frac{81}{4}$.

c) $\sqrt{0.64} = 0.8$, ya que $(0.8)(0.8) = 0.64$.

d) $-\sqrt{49}$ significa $-(\sqrt{49})$. Determinamos que $\sqrt{49} = 7$, ya que $7 \cdot 7 = 49$. Por lo tanto, $-\sqrt{49} = -7$.

Resuelve ahora el ejercicio 21

La raíces cuadradas de otros números como $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, y $\sqrt{5}$ son números irracionales. Los valores decimales de tales números nunca pueden darse con exactitud, debido a que los números irracionales son números decimales no periódicos. El valor *aproximado* de $\sqrt{2}$ y de otros números irracionales puede determinarse con una calculadora.

$$\sqrt{2} \approx 1.414213562 \quad \text{en una calculadora}$$

En esta sección introducimos las raíces cuadradas; las raíces cúbicas, simbolizadas por $\sqrt[3]{\quad}$; y raíces de orden superior. El número utilizado para indicar la raíz se llama **índice**.

$$\begin{array}{c} \text{índice} \quad \text{signo radical} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \sqrt[n]{a} \\ \nwarrow \quad \swarrow \\ \quad \text{radicando} \end{array}$$

El índice de una raíz cuadrada es 2. Sin embargo, por lo general no se escribe el índice 2. Por lo tanto, $\sqrt{a} = \sqrt[2]{a}$.

El concepto que se usa para explicar raíces cuadradas puede ampliarse para explicar raíces cúbicas y raíces de orden superior. La raíz cúbica de un número a se escribe $\sqrt[3]{a}$.

$$\sqrt[3]{a} = b \text{ si } \underbrace{b \cdot b \cdot b}_{3 \text{ factores de } b} = a$$

Por ejemplo, $\sqrt[3]{8} = 2$ porque $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$. La expresión $\sqrt[n]{a}$ se lee “raíz *enésima* de a ”.

$$\sqrt[n]{a} = b \text{ si } \underbrace{b \cdot b \cdot b \cdots b}_{n \text{ factores de } b} = a$$

EJEMPLO 5 Evalúa.. a) $\sqrt[3]{125}$ b) $\sqrt[4]{81}$ c) $\sqrt[5]{32}$

Solución

a) $\sqrt[3]{125} = 5$, ya que $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$

b) $\sqrt[4]{81} = 3$, ya que $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$

c) $\sqrt[5]{32} = 2$, ya que $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

Resuelve ahora el ejercicio 25

EJEMPLO 6 Evalúa.

a) $\sqrt[4]{256}$

b) $\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$

c) $\sqrt[3]{-8}$

d) $-\sqrt[3]{8}$

Solución

a) $\sqrt[4]{256} = 4$, ya que $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$. b) $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$, ya que $\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{27}$.

c) $\sqrt[3]{-8} = -2$, ya que $(-2)(-2)(-2) = -8$.

d) $-\sqrt[3]{8}$ significa $-(\sqrt[3]{8})$. Determinamos que $\sqrt[3]{8} = 2$, ya que $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$. Por lo tanto, $-\sqrt[3]{8} = -2$.

Resuelve ahora el ejercicio 27

Cómo utilizar tu calculadora**Evaluación de raíces en una calculadora científica**

Las raíces cuadradas de números pueden determinarse en una calculadora con la tecla de raíz cuadrada $\sqrt{x}$. Para evaluar $\sqrt{25}$ en la mayoría de las calculadoras que tienen esta tecla, presione

$$25 \quad \sqrt{x} \quad 5 \quad \text{respuesta mostrada}$$

Las raíces de orden superior pueden determinarse en calculadoras que tiene la tecla $\sqrt[y]{y}$ o la tecla y^x . Para evaluar $\sqrt[4]{625}$ en una calculadora con la tecla $\sqrt[y]{y}$, realiza lo siguiente:

$$625 \quad \sqrt[y]{y} \quad 4 \quad = \quad 5 \quad \text{respuesta mostrada}$$

Observa que el número dentro del signo radical (radicando), 625, se introduce primero, después se presiona la tecla $\sqrt[y]{y}$ y luego se introduce la raíz (o el índice) 4. Cuando se presiona la tecla $=$, aparece la respuesta 5.

Para evaluar $\sqrt[4]{625}$ en una calculadora con la tecla y^x , utiliza la tecla inverso como sigue:

$$625 \quad \text{INV} \quad y^x \quad 4 \quad = \quad 5 \quad \text{respuesta mostrada}$$

*Las teclas de las calculadoras varían. Algunas tienen las teclas x^y o a^b en lugar de la tecla y^x y algunas calculadoras tienen una tecla 2^{nd} o shift en lugar de la tecla INV .

Cómo utilizar tu calculadora graficadora**Evaluación de raíces en una calculadora graficadora**

Para determinar la raíz cuadrada en una calculadora graficadora, usa $\sqrt{}$. El símbolo $\sqrt{}$ aparece arriba de la tecla x^2 , así que necesitarás presionar la tecla 2^{nd} para evaluar las raíces cuadradas. Por ejemplo, para evaluar $\sqrt{25}$ presiona

$$2^{\text{nd}} \quad x^2 \quad 25 \quad \text{ENTER} \quad 5 \quad \text{respuesta mostrada}$$

Cuando presionas $2^{\text{nd}} \quad x^2$, la Texas Instruments TI-84 Plus genera $\sqrt{}$. Entonces inserta el radicando, después el paréntesis derecho y presiona ENTER . Para aprender cómo encontrar raíces cúbicas y de orden superior, consulta el manual de tu calculadora graficadora. Con la TI-84 Plus, puedes usar la tecla MATH . Cuando presiones esta tecla obtendrás varias opciones, incluyendo la 4 y 5, que se muestran a continuación.

$$4: \sqrt[3]{} \quad 5: \sqrt[y]{}$$

La opción 4 puede ser usada para determinar las raíces cúbicas y la opción 5 para determinar raíces de orden superior, como se muestra en los ejemplos siguientes.

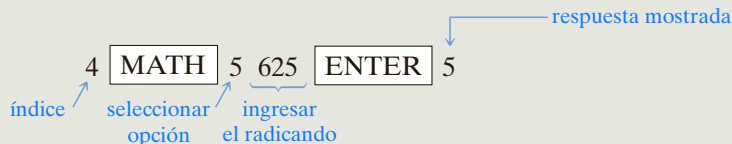
EJEMPLO Evalúa $\sqrt[3]{120}$.**Solución**

$$\text{MATH} \quad 4 \quad 120 \quad) \quad \text{ENTER} \quad 4.932424149 \quad \text{respuesta mostrada}$$

seleccionar opción 4 ingresar el radicando

Para encontrar la raíz con un índice mayor que 3, primero introduce el índice, después presiona la tecla MATH y luego la opción 5.

(continúa en la siguiente página)

EJEMPLO Evalúa $\sqrt[4]{625}$.**Solución**

En la sección 7.2 mostraremos otra forma de determinar raíces con un calculadora graficadora, cuando estudiemos exponentes racionales.

3 Evaluar expresiones por medio del orden de las operaciones

Con frecuencia tendremos que evaluar expresiones que tienen varias operaciones. Para hacerlo, sigue el **orden de las operaciones** indicado a continuación.

Comprendiendo el álgebra

Puedes recordar el orden de las operaciones como PEMDAS, lo cual es,

- P: paréntesis
- E: exponentes (raíces)
- M: multiplicación
- D: división
- A: adición (suma)
- S: sustracción (resta)

Orden de las operaciones

Para evaluar expresiones matemáticas, utiliza el siguiente orden:

1. Primero, evalúa las expresiones dentro de símbolos de agrupación, como paréntesis (), corchetes [], llaves { } y valor absoluto | |. Si la expresión contiene símbolos de agrupación anidados (una pareja de símbolos de agrupación dentro de otro par), primero evalúa las expresiones dentro de los símbolos de agrupación más internos.
2. Después, evalúa todos los términos que tengan exponentes y raíces.
3. A continuación, evalúa todas las multiplicaciones y divisiones, en el orden en el que aparezcan de izquierda a derecha.
4. Por último, evalúa todas las sumas y restas en el orden en el que aparezcan de izquierda a derecha.

Consejo útil

Hay que tener en cuenta que una barra de fracción actúa como un símbolo de agrupación. Por lo tanto, al evaluar expresiones que tienen una barra de fracción, trabajamos de forma separada arriba y debajo de la barra de fracción.

Con frecuencia, los corchetes se usan en lugar de los paréntesis para evitar confusión. Por ejemplo, la expresión $7((5 \cdot 3) + 6)$ es más fácil de seguir cuando se escribe $7[(5 \cdot 3) + 6]$. Recuerda evaluar primero el grupo más interno.

EJEMPLO 7 Evalúa $6 + 3 \cdot 5^2 - 17$.

Solución Usaremos el sombreado para indicar el orden en el que se evalúan las operaciones. Como no hay paréntesis, primero evaluaremos 5^2 .

$$6 + 3 \cdot 5^2 - 17 = 6 + 3 \cdot 25 - 17$$

Después, realizamos las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha.

$$= 6 + 75 - 17$$

Por último, realizamos las sumas y restas de izquierda a derecha.

$$= 81 - 17$$

$$= 64$$

Resuelve ahora el ejercicio 67

EJEMPLO 8 Evalúa $10 + \{6 - [4(5-2)]\}^2$.

Solución Primero evalúa la expresión dentro de los paréntesis más internos. Después continúa de acuerdo con el orden de las operaciones.

$$\begin{aligned} 10 + \{6 - [4(5-2)]\}^2 &= 10 + \{6 - [4(3)]\}^2 \\ &= 10 + [6 - (12)]^2 \\ &= 10 + (-6)^2 \\ &= 10 + 36 \\ &= 46 \end{aligned}$$

Resuelve ahora el ejercicio 77

EJEMPLO 9 Evalúa $\frac{6 \div \frac{1}{2} + 5|7-3|}{1 + (3-5) \div 2}$.

Solución Recuerda que la barra de fracción actúa como un símbolo de agrupación. Trabaja de manera separada arriba y abajo de la barra de fracción.

$$\begin{aligned} \frac{6 \div \frac{1}{2} + 5|7-3|}{1 + (3-5) \div 2} &= \frac{6 \div \frac{1}{2} + 5|4|}{1 + (-2) \div 2} \\ &= \frac{12 + 20}{1 + (-1)} \\ &= \frac{32}{0} \end{aligned}$$

Como la división entre 0 no es posible, la expresión original **está indefinida**.

Resuelve ahora el ejercicio 83

Comprendiendo el álgebra

Al evaluar las expresiones matemáticas, asegúrate de que la *variable* se sustituya por un número específico.

4 Evaluar expresiones que contienen variables

Para evaluar expresiones matemáticas, usamos el orden de las operaciones que se acaba de dar. El ejemplo 10 es un problema de aplicación en el cual se usa el orden de las operaciones.

EJEMPLO 10 Suplementos nutricionales Las ventas aproximadas de suplementos entre 1997 y 2009, en miles de millones de dólares, pueden estimarse por medio de la siguiente ecuación

$$\text{ventas} = -0.063x^2 + 1.62x + 9.5$$

donde x representa los años desde 1997. En la expresión del lado derecho del signo igual, sustituye x por 1 para estimar las ventas de suplementos en 1998, x por 2 para estimar las ventas de suplementos en 1999, y así sucesivamente.

Estima las ventas de suplementos durante los años **a)** 1998 y **b)** 2009.

Solución

a) Sustituiremos x por 1 para estimar las ventas de suplementos en 1998.

$$\begin{aligned} \text{ventas} &= -0.063x^2 + 1.62x + 9.5 \\ &= -0.063(1)^2 + 1.62(1) + 9.5 \\ &= -0.063 + 1.62 + 9.5 \\ &= 11.057 \end{aligned}$$

Por lo tanto, en 1998 las ventas de los suplementos en Estados Unidos fueron alrededor de \$11,057 miles de millones.



- b) El año 2009 corresponde al número 12. Podemos obtener el 12 restando 1997 de 2009. Por lo tanto, para estimar las ventas de suplementos en 2009, sustituimos x por 12 en la ecuación.

$$\begin{aligned}\text{Ventas} &= -0.063x^2 + 1.62x + 9.5 \\ &= -0.063(12)^2 + 1.62(12) + 9.5 \\ &= -0.063(144) + 19.44 + 9.5 \\ &= 19.868\end{aligned}$$

La respuesta es razonable: con base en la información dada se esperaba ver un aumento. En 2009, las ventas de suplementos en Estados Unidos fueron de alrededor de \$19.868 miles de millones.

[Resuelve ahora el ejercicio 121](#)

EJEMPLO 11 Evalúa $-x^3 - xy - y^2$ cuando $x = -2$ y $y = 5$.

Solución Sustituye -2 por cada x y 5 por cada y en la expresión. Después evalúa.

$$\begin{aligned}-x^3 - xy - y^2 &= -(-2)^3 - (-2)(5) - (5)^2 \\ &= -8(-8) - (10) - 25 \\ &= 8 + 10 - 25 \\ &= -7\end{aligned}$$

[Resuelve ahora el ejercicio 101](#)

EJEMPLO 12

- a) Encuentra una expresión algebraica para el siguiente enunciado. Suma 3 a la variable y . Multiplica esta suma por 8. Después resta 20 de este producto. Al final, divide esta diferencia entre 5.
- b) Evalúa la expresión algebraica del inciso a) cuando $y = 2$.

Solución

- a) Traduce los enunciados a expresiones algebraicas como se muestra a continuación.

Enunciado	Expresión algebraica
Suma 3 a la variable y .	$y + 3$
Multiplica esta suma por 8.	$8(y + 3)$
Después resta 20 de este producto.	$8(y + 3) - 20$
Al final, divide esta diferencia entre 5.	$\frac{8y + 3 - 20}{5}$

- b) Para evaluar esta expresión algebraica cuando $y = 2$, sustituye y por 2.

$$\begin{aligned}&\frac{8(y + 3) - 20}{5} && \text{Expresión algebraica.} \\ &= \frac{8(2 + 3) - 20}{5} && \text{Sustituye y por 2.} \\ &= \frac{8(5) - 20}{5} && \text{Suma } 2 + 3 = 5. \\ &= \frac{40 - 20}{5} && \text{Multiplica } 8 \cdot 5 = 40. \\ &= \frac{20}{5} && \text{Resta } 40 - 20 = 20. \\ &= 4 && \text{Divide } \frac{20}{5} = 4.\end{aligned}$$

[Resuelve ahora el ejercicio 109](#)

CONJUNTO DE EJERCICIOS 1.4

Ejercicios de práctica

Llena los espacios en blanco con la palabra, frase o símbolo(s) indicados en la siguiente lista.

base	índice	positivo	negativo	factores	radicando
exponente	exponencial	signo radical	3	6	número real
16	64	9	18		

- Los números o expresiones en una multiplicación se llaman _____.
- La cantidad 7^2 es una expresión _____.
- En la expresión 4^3 , al 3 se le conoce como _____.
- En la expresión 4^3 , al 4 se le conoce como _____.
- El resultado de 4^3 es _____.
- En la expresión $\sqrt{81}$, el $\sqrt{}$ se conoce como _____.
- En la expresión $\sqrt{81}$, el 81 es llamado _____.
- La raíz cuadrada principal o positiva de 81 es _____.
- En la expresión $\sqrt[4]{81}$, el 4 es llamado _____.
- El resultado de $\sqrt[4]{81}$ es _____.
- El resultado de $\sqrt[4]{-81}$ no es número _____.
- La raíz cúbica de un valor negativo es un número _____.

Practica tus habilidades

Evalúa cada expresión sin usar una calculadora.

- | | | | |
|---------------------|----------------------------------|-----------------------------------|------------------------------|
| 13. 3^2 | 14. $(-4)^3$ | 15. -3^2 | 16. -4^3 |
| 17. $(-5)^2$ | 18. $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ | 19. $-\left(\frac{3}{5}\right)^4$ | 20. $(0.3)^2$ |
| 21. $\sqrt{49}$ | 22. $\sqrt{169}$ | 23. $-\sqrt{36}$ | 24. $-\sqrt{0.64}$ |
| 25. $\sqrt[3]{-27}$ | 26. $\sqrt[3]{\frac{-216}{343}}$ | 27. $\sqrt[3]{0.001}$ | 28. $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$ |

 Usa una calculadora para evaluar cada expresión. Redondea las respuestas hasta la milésima cifra.

- | | | | |
|------------------------|---------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|
| 29. $(0.35)^4$ | 30. $-(1.7)^{3.9}$ | 31. $\left(-\frac{13}{12}\right)^8$ | 32. $\left(\frac{5}{7}\right)^7$ |
| 33. $(6.721)^{5.9}$ | 34. $(5.382)^{6.9}$ | 35. $\sqrt[3]{26}$ | 36. $-\sqrt[4]{72.8}$ |
| 37. $\sqrt[5]{362.65}$ | 38. $-\sqrt{\frac{8}{9}}$ | 39. $-\sqrt[3]{\frac{20}{53}}$ | 40. $\sqrt[3]{-\frac{15}{19}}$ |

Evalúa **a)** x^2 y **b)** $-x^2$ para cada valor dado de x .

- | | | | |
|--------|--------|-------------------|--------------------|
| 41. 3 | 42. 7 | 43. -10 | 44. -2 |
| 45. -1 | 46. -6 | 47. $\frac{1}{3}$ | 48. $-\frac{4}{5}$ |

Evalúa **a)** x^3 y **b)** $-x^3$ para cada valor dado de x .

- | | | | |
|--------|--------|-------------------|--------------------|
| 49. 3 | 50. -3 | 51. -5 | 52. 5 |
| 53. -2 | 54. 4 | 55. $\frac{2}{5}$ | 56. $-\frac{3}{4}$ |

Evalúa cada expresión.

- | | | |
|--|---|------------------------------------|
| 57. $4^2 + 2^3 - 2^2 - 3^3$ | 58. $(-1)^2 + (-1)^3 - 1^4 + 1^5$ | 59. $-2^2 - 2^3 + 1^{10} + (-2)^3$ |
| 60. $(-3)^3 - 2^2 - (-2)^2 + (9 - 9)^2$ | 61. $(1.5)^2 - (3.9)^2 + (-2.1)^3$ | 62. $(3.7)^2 - (0.8)^2 + (2.4)^3$ |
| 63. $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3$ | 64. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{4} - \left(-\frac{3}{8}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3$ | |

Evalúa cada expresión.

- | | | |
|--|--|---|
| 65. $3 + 5 \cdot 8$ | 66. $(2 - 6) \div 4 + 3$ | 67. $18 - 7 \div 7 + 8$ |
| 68. $4 \cdot 3 \div 6 - 2^3$ | 69. $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} - 2 + 5 \div 10$ | 70. $3 \cdot 6 \div 18 + \frac{3}{5}$ |
| 71. $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \div \frac{3}{4} - \frac{1}{6} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$ | 72. $3[4 + (-2)(8)] + 3^3$ | 73. $10 \div [(3 + 2^2) - (2^4 - 8)]$ |
| 74. $[3 - (4 - 2^3)^2]^2$ | 75. $5(\sqrt[3]{27} + \sqrt[5]{32}) \div \frac{\sqrt{100}}{4}$ | 76. $\{5 + [4^2 - 3(2 - 7)] - 5\}^2$ |
| 77. $\{[(12 - 15) - 3] - 2\}^2$ | 78. $4\{6 - [(25 \div 5) - 2]\}^3$ | 79. $3[5(16 - 6) \div (25 \div 5)^2]^2$ |

80. $\frac{15 \div 3 + 7 \cdot 2}{\sqrt{25} \div 5 + 8 \div 2}$

83. $\frac{8 + 4 \div 2 \cdot 3 + 9}{5^2 - 3^2 \cdot 2 - 7}$

86. $12 - 15 \div |5| - (|4| - 2)^2$

89. $\frac{6 - |-4| - 4|8 - 5|}{5 - 6 \cdot 2 \div |-6|}$

92. $\frac{3(12 - 9)^2}{-3^2} - \frac{2(3^2 - 4^2)}{4 - (-2)}$

81. $\frac{4 - (2 + 3)^2 - 6}{4(3 - 2) - 3^2}$

84. $\frac{6(-3) + 4 \cdot 7 - 4^2}{-6 + \sqrt{4}(2^2 - 1)}$

87. $-2|-3| - \sqrt{36} \div |2| + 3^2$

90. $-\frac{1}{2}[8 - |-6| \div 3 - 4]^2$

93. $\frac{24 - 5 - 4^2}{|-8| + 4 - 2(3)} + \frac{4 - (-3)^2 + |4|}{3^2 - 4 \cdot 3 + |-7|}$

82. $-2\left|-3 - \frac{1}{3}\right| + 5$

85. $\frac{8 - [4 - (3 - 1)^2]}{5 - (-3)^2 + 4 \div 2}$

88. $\frac{5 - |-15| \div |3|}{2(4 - |5|) + 9}$

91. $\frac{2}{5}[\sqrt[3]{27} - |-9| + 4 - 3^2]^2$

94. $\frac{-2 - 8 \div 4^2 \cdot |8|}{|8| - \sqrt{64}} + \frac{[(8 - 3)^2 - 7]^2}{2^2 + 16}$

Evalúa cada expresión para cada valor o valores dados.

95. $5x^2 + 7x$ cuando $x = 2$

97. $-9x^2 + 3x - 29$ cuando $x = -1$

99. $16(x + 5)^3 - 25(x + 5)$ cuando $x = -4$

101. $6x^2 + 3y^3 - 25$ cuando $x = 1, y = -3$

103. $3(a + b)^2 + 4(a + b) - 6$ cuando $a = 4, b = -1$

105. $-9 - \{x - [2x - (x - 3)]\}$ cuando $x = 4$

107. $\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ cuando $a = 6, b = -11, c = 3$

96. $5x^2 - 2x + 17$ cuando $x = 3$

98. $3(x - 2)^2$ cuando $x = \frac{1}{4}$

100. $-7x + 3y^2$ cuando $x = 2, y = 4$

102. $4x^2 - 3y - 10$ cuando $x = 4, y = -2$

104. $-9 - \{2x - [5x - (2x + 1)]\}$ cuando $x = 3$

106. $\frac{(x - 3)^2}{9} + \frac{(y + 5)^2}{16}$ cuando $x = 4, y = 3$

108. $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ cuando $a = 2, b = 1, c = -10$

Resolución de problemas

En los ejercicios 109-114, escribe una expresión algebraica para cada problema. Evalúa la expresión para cada valor dado de la variable o variables.

109. Multiplica la variable y por 7. A este producto réstale 14. Ahora divide esta diferencia entre 2. Encuentra el resultado de esta expresión cuando $y = 6$.

110. Resta 4 de z . Multiplica esta diferencia por 5. Ahora eleva este producto al cuadrado. Encuentra el valor de esta expresión cuando $z = 10$.

111. Suma 6 al producto de 3 y x . Multiplica dicha expresión por 6. Resta 9 a este producto. Encuentra el valor de la expresión cuando $x = 3$.

112. Multiplica por 2 la suma de x y y . Restarle 5 a este producto. Eleva esta expresión al cuadrado. Encuentra el valor de esta expresión cuando $x = 2$ y $y = -3$.

113. Suma 3 a x . Esta suma divídela entre el doble de y . Este cociente elévalo al cuadrado. Por último, a esta expresión réstale 3. Encuentra el valor de esta expresión cuando $x = 5$ y $y = 2$.

114. Resta 4 a x . Divide esta suma entre $10y$. Eleva el cociente al cubo. Al final, súmalo 19. Encuentra el valor de esta expresión cuando $x = 64$ y $y = 3$.

Usa una calculadora para responder los ejercicios 115-128.

115. **Paseo en bicicleta** Frank Kelso puede viajar en bicicleta a una velocidad de 8.2 millas por hora en el *C & O Tow Path* en Maryland. La distancia recorrida, en millas, después de pasear en bicicleta x horas, se determina por

$$\text{distancia} = 8.2x$$

¿Qué distancia recorrió Frank en

a) 3 horas?

b) 7 horas?



116. **Salario** El 2 de enero de 2010, Mary Ferguson empezó un nuevo trabajo con un salario anual de \$32,550. Su jefe aceptó darle un aumento de \$1200 al año por los siguientes 20 años. Su salario, en dólares, está determinado por

$$\text{salario} = 32,550 + 1200x$$

donde x es el número de años desde el 2010. Sustituye x por 1 para determinar su salario en el 2011, x por 2 para determinar su salario en el 2012 y así sucesivamente. Encuentra el salario de Mary en el

a) 2014.

b) 2024.

117. **Lanzamiento de bola** Cuong Chapman lanzó una pelota de beisbol hacia arriba desde la ventana de un dormitorio. La altura de la pelota por encima del suelo, en pies, se determina por

$$\text{altura} = -16x^2 + 72x + 22$$

donde x es el número de segundos después de que la pelota de beisbol es lanzada desde la ventana. Determina la altura de la bola

a) 2 segundos

b) 4 segundos

después de que es lanzada por la ventana.

- 118. Velocidad** Ve el ejercicio 117. Después de que la bola es lanzada por la ventana, su velocidad (o rapidez), en pies por segundo, se determina por

$$\text{velocidad} = -32x + 72$$

Encuentra la velocidad de la bola

- a) 2 segundos
- b) 4 segundos

después de que la bola es lanzada por la ventana.

- 119. Gasto de dinero** El monto, en dólares, gastado en regalos de navidad por una persona puede estimarse por

$$\text{gasto} = 26.865x + 488.725$$

donde x es el número de años desde 2002. Sustituye x por 1 para determinar el monto que se gastó en 2003, x por 2 para determinar el monto que se gastó en 2004 y así sucesivamente. Suponiendo que esta tendencia continúe, determina la cantidad que cada consumidor gastará en regalos en

- a) 2015.
- b) 2020.

- 120. Longevas** Las personas que viven 100 años o más son conocidas como longevas. El número aproximado de personas longevas que viven en Estados Unidos entre los años 1995 y 2050, en miles, se puede estimar por

$$\text{número de personas longevas} = 0.30x^2 - 3.69x + 92.04$$

donde x representa los años desde 1995. Sustituye x por 1 para encontrar el número de personas longevas en 1996, x por 2 para encontrar las personas longevas de 1997 y así sucesivamente.

Fuente: Oficina de censo de Estados Unidos

- a) Estima el número de longevos que vivían en Estados Unidos en 2005.
- b) Estima el número de longevos que vivirán en 2050 en Estados Unidos.

- 121. Transporte público** Entre 1992 y 2008, el número aproximado de viajes en transporte público por año en Estados Unidos, en billones, se puede estimar usando

$$\text{número de viajes} = 0.065x^2 - 0.39x + 8.47$$

donde x representa los años desde 1992. Sustituye x por 1 para determinar el número de viajes realizados en 1993, x por 2 para determinar los viajes en 1994 y así sucesivamente.

Fuente: Asociación Americana del Transporte Público

- a) Estima el número de viajes realizados en transporte público en el año 2000.
- b) Suponiendo que la tendencia continuó, estima el número de viajes que se realizaron en 2010.



© Allen R. Angel

El Tranvía es una forma de transporte público en San Francisco.

- 122. Inflación** La inflación estuvo en descenso durante los años 2000 a 2002. En 2003, fue en aumento. La tasa de inflación, en porcentaje, para los años pares desde el 2000, se puede estimar por

$$\text{inflación} = 0.35x^2 - 1.09x + 3.07$$

donde x es el número de un periodo de 2 años desde 2000. Sustituye x por 1 para encontrar la tasa de inflación en 2002, x por 2 para 2004 y así sucesivamente. Suponiendo que esta tendencia continuó, encuentra la tasa de inflación en

Fuente: Departamento de tesorería

- a) 2006.
- b) 2010.

- 123. Subastas** Las ventas, en billones de dólares, de las subastas se pueden estimar por

$$\text{ventas} = 13.5x + 189.83$$

donde x es el número de años desde 2002. Sustituye x por 1 para determinar las ventas de las subastas en el 2003, x por 2 para 2004 y así sucesivamente. Suponiendo que la tendencia continúa, determina las ventas de las subastas en

Fuente: Asociación Nacional de Subastadores

- a) 2010.
- b) 2018.

- 124. Dióxido de carbono** La producción total (medida en millones de toneladas métricas) de dióxido de carbono (CO_2) de todos los países, excepto Estados Unidos, Canadá y Europa Occidental, se puede aproximar por

$$\text{CO}_2 = 0.073x^2 - 0.39x + 0.55$$

donde x representa el número de periodos de 10 años desde 1905. Sustituye x por 1 para calcular la producción de CO_2 en 1915, x por 2 para 1925, x por 3 para 1935 y así sucesivamente.

- a) Determina la cantidad aproximada de CO_2 producida por todos los países excepto Estados Unidos, Canadá y Europa Occidental en 1945.
- b) Suponiendo que esta tendencia continúa, determina la cantidad aproximada de CO_2 producida por todos los países excepto Estados Unidos, Canadá y Europa Occidental en 2015.

- 125. Niños cuyos padres trabajan** El número de niños que se cuidan a sí mismos mientras sus padres trabajan aumenta con la edad. El porcentaje de niños de diferentes edades, de los 5 a los 14 años de edad, que se cuidan a sí mismos se puede aproximar por

$$\text{porcentaje de niños} = 0.23x^2 - 1.98x + 4.42$$

donde x representa la edad de los niños. Sustituye el x por 5 para determinar el porcentaje de niños de 5 años que se cuidan a sí mismos, x por 6 para encontrar el porcentaje de niños de 6 años y así sucesivamente.

- a) Determina el porcentaje de niños de 10 años de edad que se cuidan a sí mismos.
- b) Determina el porcentaje de niños de 14 años de edad que se cuidan a sí mismos.

- 126. Lectores de periódico** El número de norteamericanos que leen el periódico está disminuyendo constantemente. El porcentaje de lectores que leen el periódico se puede aproximar por

$$\text{porcentaje} = -6.2x + 82.2$$

donde x representa el número de periodos de 10 años desde 1960. Sustituye x por 1 para determinar el porcentaje en 1970, x por 2 para 1980 y así sucesivamente.

- Determina el porcentaje de adultos de Estados Unidos que leían el periódico en 1970.
- Suponiendo que la tendencia continuó, determina el porcentaje de adultos de Estados Unidos que leían el periódico en 2010.

- 127. Comida orgánica** El aumento del miedo a usar pesticidas y cosechas alteradas genéticamente ha llevado a mucha gente a comprar productos cultivados de manera orgánica. Desde 1990 hasta 2010, las ventas, en billones de dólares, de productos cultivados de forma orgánica se puede determinar por

$$\text{ventas} = 0.062x^2 + 0.020x + 1.18$$

donde x representa los años desde 1990. Sustituye x por 1 para determinar las ventas de productos cultivados de manera orgánica en 1990, x por 2 para encontrar las ventas en 1991 y así sucesivamente.

© Allen R. Angel



- 128. Teléfonos celulares** El número de usuarios de teléfonos celulares, en millones, se pueden aproximar por

$$\text{número de usuarios} = 0.42x^2 - 3.44x + 5.80$$

donde x representa los años desde 1982. Sustituye x por 1 para determinar el número de usuarios en 1983, x por 2 para los usuarios en 1984 y así sucesivamente.

- Determina el número de personas que usaban celulares en 1989.
- Determina el número de personas que usaban celulares en 2009.

© Shutterstock



Conjunto de ejercicios 1.4

- 1.** Factores **3.** Exponente **5.** 64 **7.** Radical **9.** Índice **11.** Real **13.** 9 **15.** -9 **17.** 25
19. $-\frac{81}{625}$ **21.** 7 **23.** -6 **25.** -3 **27.** 0.1 **29.** 0.015 **31.** 1.897 **33.** 76,183.335 **35.** 2.962 **37.** 3.250 **39.** -0.723 **41. a)** 9 **b)** -9
43. a) 100 **b)** -100 **45. a)** 1 **b)** -1 **47. a)** $\frac{1}{9}$ **b)** $-\frac{1}{9}$ **49. a)** 27 **b)** -27 **51. a)** -125 **b)** 125 **53. a)** -8 **b)** 8
55. a) $\frac{8}{125}$ **b)** $-\frac{8}{125}$ **57.** -7 **59.** -19 **61.** -22.221 **63.** $-\frac{5}{16}$ **65.** 43 **67.** 25 **69.** 0 **71.** $\frac{1}{2}$ **73.** -10 **75.** 10 **77.** 64
79. 12 **81.** $\frac{27}{5}$ **83.** Indefinido **85.** -4 **87.** 0 **89.** $-\frac{10}{3}$ **91.** $\frac{242}{5}$ **93.** $\frac{1}{4}$ **95.** 34 **97.** -41 **99.** -9 **101.** -100 **103.** 33
105. -6 **107.** $\frac{3}{2}$ **109.** $\frac{7y-14}{2}, 14$ **111.** $6(3x+6) - 9, 81$ **113.** $\left(\frac{x+3}{2y}\right)^2 - 3, 1$ **115. a)** 24.6 millas **b)** 57.4 millas
117. a) 102 pies **b)** 54 pies **119. a)** \$837.97 **b)** \$972.30 **121. a)** 9.51 billones de viajes **b)** 22.51 billones de viajes
123. a) \$297.83 **b)** 405.83 billones **125. a)** 7.62% **b)** 21.78% **127. a)** 7.62% **b)** 21.78% **127. a)** \$1.262 billones **b)** \$26.38 bi-
 llones **129.** n factores de a **131.** El número positivo cuya raíz es igual al radicando **133.** Un número negativo elevado a una potencia
 impar es un número negativo **135.** Paréntesis; exponentes y radicales; multiplicación o división de izquierda a derecha; suma o resta de
 izquierda a derecha **137. a)** Las respuestas variarán **b)** 24 **139. a)** $A \cap B = \{b, c, f\}$ **b)** $A \cup B = \{a, b, c, d, f, g, h\}$ **140.** Todos
 los números reales, $\mathbb{R}$ **141.** $a \geq 0$ **142.** 8, -8 **143.** $-|6|, -4, -|-2|, 0, |-5|$ **144.** Propiedad asociativa de la suma.